Theorem [Sertöz ☺]: *$n > 1$ olmak üzere, $a_1, \ldots, a_n$ negatif olmayan ve $m_1, \ldots, m_n$ de pozitif olan tamsayılar olsun. Bu durumda:*

$$\text{Eğer } \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{2m_i} > 1 \text{ ise, } \lim_{(x_1,\ldots,x_n)\to(0,\ldots,0)} \frac{\prod_{i=1}^{n} x_i^{a_i}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{2m_i}} = 0 \text{ olur.}$$

Proof [Mefharet Kocatepe]:

Önce $R > 0$ olacak şekilde $\sum_{i=1}^{n} x_i^{2m_i} = R$ alalım. O zaman

$$(x_1, \ldots, x_n) \to (0, \ldots, 0) \text{ eğer ve ancak eğer } R \to 0.$$

Şimdi her $i = 1, \ldots, n$ için $x_i^{2m_i} \leq R$, ve dolayısıyla $|x_i| \leq R^{1/2m_i}$ olduğundan

$$0 \leq \left| \frac{\prod_{i=1}^{n} x_i^{a_i}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{2m_i}} \right| = \frac{\prod_{i=1}^{n} |x_i|^{a_i}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{2m_i}} \leq \frac{\prod_{i=1}^{n} R^{\frac{a_i}{2m_i}}}{R} = R^{\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{2m_i} - 1}$$

olur. Ama $\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{2m_i} - 1 > 0$ olduğu için $\lim_{R\to 0} R^{\sum_{i=1}^{n} \frac{a_i}{2m_i} - 1} = 0$ bulunur.

Öyleyse Sandviç Teoreminden dolayı

$$\lim_{(x_1,\ldots,x_n)\to(0,\ldots,0)} \frac{\prod_{i=1}^{n} x_i^{a_i}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{2m_i}} = 0$$

olduğu görülür. □

Diğer kanıtları ve ayrıntıları görmek için bu bağlantıyı kullanabilirsiniz

27 Şubat 2019